

問2 定積分 $S = \int_0^a x\sqrt{\frac{1}{3}x+2} dx$ を考える。次の問いに答えなさい。

ただし、 $\boxed{\text{S}}$ 、 $\boxed{\text{T}}$ には下の①～⑨の中から適する式を選びなさい。

(1) $t = \sqrt{\frac{1}{3}x+2}$ とおくと

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{\frac{1}{3}x+2} dx &= \boxed{\text{NO}} \int (t^{\boxed{\text{P}}} - \boxed{\text{Q}} t^{\boxed{\text{R}}}) dt \\ &= \boxed{\text{S}} + C \end{aligned}$$

となる。ただし、 C は積分定数である。

(2) (1) の結果を用いて

$$S = \boxed{\text{T}}$$

を得る。したがって

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S}{\frac{\boxed{\text{U}}}{\boxed{\text{V}}}} = \frac{\boxed{\text{W}} \sqrt{\boxed{\text{X}}}}{\boxed{\text{YZ}}}$$

である。

① $\frac{6}{5} t^5(3t^2 - 10)$

① $\frac{6}{5} t^3(3t^2 - 10)$

② $\frac{12}{5} t^5(3t^2 - 5)$

③ $\frac{12}{5} t^3(3t^2 - 5)$

④ $\frac{6}{5} t^3(3t^2 - 5)$

⑤ $\frac{6}{5} \left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{3}a+2} \right)^5 (a-4) + 8\sqrt{2} \right\}$

⑥ $\frac{12}{5} \left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{3}a+2} \right)^3 (a-2) + 4\sqrt{2} \right\}$

⑦ $\frac{12}{5} \left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{3}a+2} \right)^5 (a-2) + 4\sqrt{2} \right\}$

⑧ $\frac{6}{5} \left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{3}a+2} \right)^3 (a-4) + 8\sqrt{2} \right\}$

⑨ $\frac{6}{5} \left\{ \left(\sqrt{\frac{1}{3}a+2} \right)^3 (a-2) + 8\sqrt{2} \right\}$