II

O を原点とする座標平面上に 4 点

$$\mathrm{A}(1,0),\quad \mathrm{B}(0,1),\quad \mathrm{C}(3,0),\quad \mathrm{D}(0,2)$$

をとり，線分 AB, CD 上に，それぞれ点 P, Q を

$$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=\mathrm{CQ}:\mathrm{QD}=k:2$$

となるようにとる。このとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよう。

(1)　まず，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=(x,y)$ とおき，$x+2y$ の値を求めよう。

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{\boxed{\mathrm{A}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+k\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{k+\boxed{\mathrm{B}}},\quad \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{\boxed{\mathrm{C}}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}+k\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{k+\boxed{\mathrm{D}}}$$

であるから

$$(x,y)=\frac{1}{k+\boxed{\mathrm{E}}}\left(\boxed{\mathrm{F}},k\right)$$

を得る。よって，$x+2y=\boxed{\mathrm{G}}$ である。

(2)　PQ^2 を y を用いて表すと

$$\mathrm{PQ}^2=\boxed{\mathrm{H}}\,y^2-\boxed{\mathrm{I}}\,y+\boxed{\mathrm{J}}$$

となる。よって，PQ が最小となるのは $y=\dfrac{\boxed{\mathrm{K}}}{\boxed{\mathrm{L}}}$ のときであり，その値は

$\mathrm{PQ}=\dfrac{\boxed{\mathrm{M}}\sqrt{\boxed{\mathrm{N}}}}{\boxed{\mathrm{O}}}$ である。このときの k の値は $k=\boxed{\mathrm{P}}$ である。