

3点 × 14 = 42

1. 次の式を因数分解せよ。(例題7)

(1)  $a(x-2) - x + 2$   
 $= a(x-2) - (x-2)$   
 $= (a-1)(x-2)$

(2)  $9a^2 + 12ab + 4b^2$   
 $= (3a+2b)^2$

2. 次の式を因数分解せよ。(例題10, 11)

(1)  $(x^2+2x)^2 - 4(x^2+2x) + 3$   
 $x^2+2x = A$  とおく.

(よす)  $= A^2 - 4A + 3$   
 $= (A-1)(A-3)$   
 $= (x^2+2x-1)(x^2+2x-3)$   
 $= (x^2+2x-1)(x+3)(x-1)$

(2)  $27a^3 + 8b^3$   
 $= (3a+2b)(9a^2 - 6ab + 4b^2)$

3. 次の式を計算せよ。(例題13, 14)

(1)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$   
 $= 12 - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6$   
 $= 6 + \sqrt{6}$

(2)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$  の分母を有理化せよ.

(よす)  $= \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$   
 $= \frac{6 - 4\sqrt{3} + 2}{4}$   
 $= 2 - \sqrt{3}$

4. 次の不等式を解け。(例題20, 21)

(1)  $5(4-x) \leq 3(2x+3)$   
 $20 - 5x \leq 6x + 9$   
 $-11x \leq -11$   
 $x \geq 1$

(2)  $3x-4 < 2x+1 \leq x$   
 $x < 5$   
 $x \leq -1$

$\therefore x \leq -1$

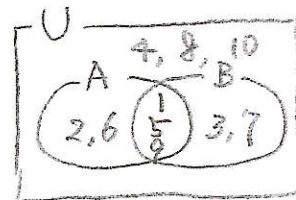
5. 次の方程式, 不等式を解け。(例題25)

(1)  $|x+2|=4$   
 $x+2 = \pm 4$   
 $x = 2, -6$

(2)  $|3x+2| < 5$   
 $-5 < 3x+2 < 5$   
 $-7 < 3x < 3$   
 $-\frac{7}{3} < x < 1$

6. 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  の部分集合  $A, B$  を  $A = \{1, 2, 5, 6, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  とする。次の集合を求めよ。(例題30)

(1)  $A \cup B$



(2)  $A \cap \bar{B}$

$A \cap \bar{B} = \{2, 6\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

7.  $x, y$  は実数とする。次の  に、「必要」, 「十分」, 「必要十分」のうち、最も適する言葉を入れよ。

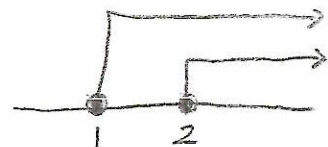
(例題33)

(1)  $x^2 = y^2$  は  $x = y$  であるための  条件である。

例)  $x=1, y=-1$   
 $x^2 = y^2 \not\Rightarrow x = y$   
 $x = y \Rightarrow x^2 = y^2$   
 「必要」

(2)  $x \geq 2$  は  $x \geq 1$  であるための  条件である。

$x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$   
 $x \geq 1 \not\Rightarrow x \geq 2$  (反例)  $x=1.5$   
 「十分」



8. 2次関数  $y=2x^2-4x+4$  のグラフの, 次の直線または点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。(例題47)

(1) x軸

$$y \Rightarrow -y$$

$$-y = 2x^2 - 4x + 4$$

$$y = -2x^2 + 4x - 4$$



(2) y軸  $x \Rightarrow -x$

$$y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 4$$

$$y = 2x^2 + 4x + 4$$

9. 次の2次方程式を解け。(例題56)

(1)  $6x^2 - 5x - 6 = 0$

$$\begin{matrix} 2 & \times & -3 \\ 3 & \times & 2 \end{matrix}$$

$$(2x-3)(3x+2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}, -\frac{2}{3}$$

(2)  $2x^2 - 6x + 3 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-6}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

10. 次の2次不等式を解け。(例題63)

(1)  $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$

$$(x+2)(3x-1) \geq 0$$

$$x \leq -2, \frac{1}{3} \leq x$$

$$\frac{1}{3} \times -1$$



(2)  $-2x^2 + x + 5 > 0$

$$2x^2 - x - 5 < 0$$

$$\frac{1-\sqrt{41}}{4} < x < \frac{1+\sqrt{41}}{4}$$

$$2x^2 - x - 5 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$$



11. 8個の数字0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7のうち異なる4個を並べて, 4桁の整数を作るとき, 次のような整数は何個作れるか。(A例題11)

(1) 4桁の整数

0以外



$$7 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 1470 \text{ (個)}$$

(2) 4桁の偶数

[1] - の位が 0 のとき



$$7 \times 6 \times 5$$

$$= 210$$

[2] - の位が 2, 4, 6 のとき



$$6 \times 6 \times 5 \times 3$$

$$= 540$$

$$210 + 540 = 750 \text{ (個)}$$

12. SUCCESS の7文字すべてを1列に並べる。(A例題17)

$$3 \text{ 点} \times 14 = 42$$

(1) 全部で並べ方は何通りあるか。

$$\left. \begin{matrix} S \dots 3 \\ C \dots 2 \\ U \dots 1 \\ E \dots 1 \end{matrix} \right\} 7$$

$$\frac{7!}{3!2!} = 420 \text{ (通り)}$$

(2) U, Eがこの順にある並べ方は何通りあるか。

U, Eを同じ文字と考える

$$\left. \begin{matrix} S \dots 3 \\ C \dots 2 \\ \square \dots 2 \end{matrix} \right\} 7$$

$$\frac{7!}{3!2!2!} = 210 \text{ (通り)}$$

13. 赤玉4個, 白玉6個の入った袋から, 4個の玉を同時に取り出すとき, 次の場合の確率を求めよ。

(A例題22)

(1) 4個とも同じ色の玉が出る。

(2) 赤玉と白玉がともに取り出される。

$$\left. \begin{matrix} \text{赤} \dots 4 \\ \text{白} \dots 6 \end{matrix} \right\} 10$$

$$\frac{4C_4}{10C_4} + \frac{6C_4}{10C_4}$$

$$= \frac{1}{210} + \frac{15}{210} = \frac{8}{105}$$

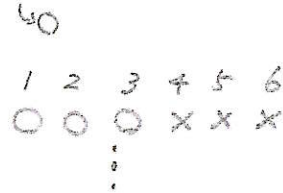
(1) の事象の余事象である。

$$1 - \frac{8}{105} = \frac{97}{105}$$

14. 1枚の硬貨を6回投げるとき, 次の場合の確率を求めよ。(A例題25)

(1) 表がちょうど3回出る。

(2) 表が5回以上出る。

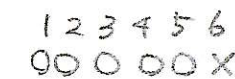


$$6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{20}{64}$$

$$= \frac{5}{16}$$

[1] 表5裏1 or [2] 表6



$$6C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \frac{6}{64} + \frac{1}{64}$$

$$= \frac{7}{64}$$

15. 3個のさいころを同時に投げるとき、次の場合の確率を求めよ。(A例題23)

(1) 出る目の最大値が3以下である。

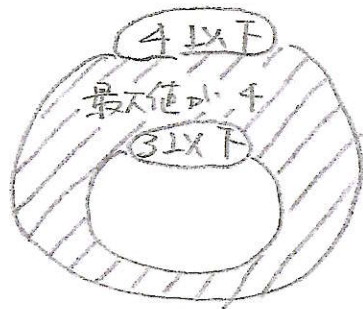
3個のさいころの出る目の出方は  $6^3$  通り

出る目の最大値が3以下となるのは

3個のさいころの出る目すべてが3以下のときであり  $3^3$  通り

$$\therefore \frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8} \quad \underline{\underline{2点}}$$

(2) 出る目の最大値が4である。



$$(\text{最大値が4}) = (\text{最大値が4以下}) - (\text{最大値が3以下})$$

$$= \frac{4^3}{6^3} - \frac{3^3}{6^3}$$

$$= \frac{37}{216}$$

2点

16. 次の方程式、不等式を解け。(例題26)

$$|x| + |x-3| = 5$$



[1]  $x < 0$  のとき

$$-x - x + 3 = 5$$

$$x = -1$$

これは  $x < 0$  を満たす

[2]  $0 \leq x < 3$  のとき

$$x - x + 3 = 5$$

この方程式の解はない

[3]  $3 \leq x$  のとき

$$x + x - 3 = 5$$

$$x = 4$$

これは  $3 \leq x$  を満たす

[1]~[3] から 求める解は

$$\boxed{x = -1, 4}$$

4点

17.  $a$  は定数とする。関数  $y = x^2 - 2x + 1$  ( $a \leq x \leq a+1$ ) の最小値を求めよ。(例題51)

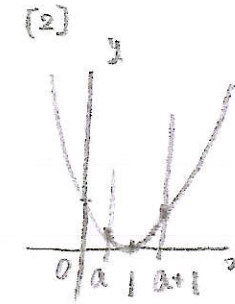
$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \quad \text{とあ.}$$

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$f(1) = 0$$

$$f(a) = a^2 - 2a + 1$$

$$f(a+1) = a^2$$



$$a \leq 1 \leq a+1$$

可なり

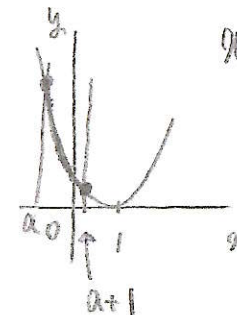
$$0 \leq a \leq 1 \text{ のとき}$$

$$x=1 \text{ で最小値 } 0$$

[1]  $a+1 < 1$

可なり  $a < 0$  のとき

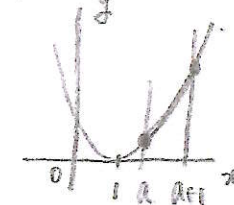
$$x=a+1 \text{ で } \min a^2$$



[3]

$1 < a$  のとき

$$x=a \text{ で最小値 } a^2 - 2a + 1$$

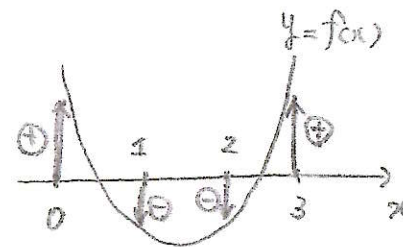


4点

[1]~[3] より  
 $a < 0$  のとき  $x = a+1$  で最小値  $a^2$   
 $0 \leq a \leq 1$  のとき  $x = 1$  で最小値  $0$   
 $1 < a$  のとき  $x = a$  で最小値  $a^2 - 2a + 1$

18. 2次方程式  $x^2 - ax + 1 = 0$  の1つの解が0と1の間であり、他の解が2と3の間にあるように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。(例題72)

$$f(x) = x^2 - ax + 1 \quad \text{とあ.}$$



$$f(0) = 1 > 0$$

$$f(1) = 2 - a < 0$$

$$\therefore a > 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

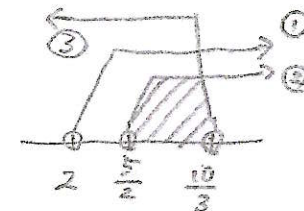
$$f(2) = 5 - 2a < 0$$

$$\therefore a > \frac{5}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 10 - 3a > 0$$

$$\therefore a < \frac{10}{3} \quad \dots \textcircled{3}$$

①②③より



4点

$$\boxed{\frac{5}{2} < a < \frac{10}{3}}$$